

LEHRSATZ DES PYTHAGORAS

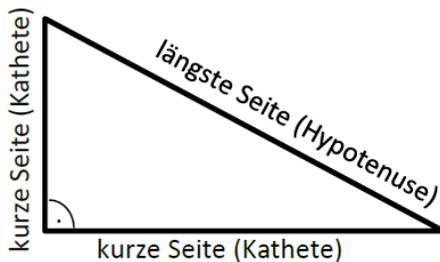
Allgemeines

Man könnte sich die Formel von Pythagoras am einfachsten mit $a^2+b^2=c^2$ merken. Hierbei muss man aber wissen, dass c bei dieser Formel immer die längste Seite sein muss und a und b die kurzen. Außerdem ist diese Formel nicht hilfreich, wenn die Seiten dann z.B. x, y und z heißen. Einfacher wäre es, sich die Formel mit

$$\text{Kurze}^2 + \text{Kurze}^2 = \text{Lange}^2 \quad (\text{oder Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2)$$

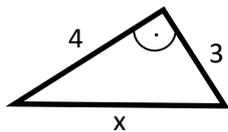
zu merken. Die lange Seite eines Dreiecks wird Hypotenuse genannt und ist **immer** die **gegenüberliegende** vom **rechten Winkel**. Die beiden kurzen Seiten heißen Katheten.

Achtung: Der Lehrsatz von Pythagoras gilt **NUR IN RECHTWINKELIGEN DREIECKEN!**



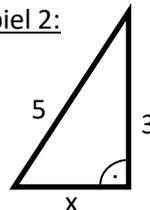
Egal wie nun die Seiten heißen (a,b und c oder r, s und t oder ξ , η und β), die Formel mit $\text{Kurze}^2 + \text{Kurze}^2 = \text{Lange}^2$ ist immer gültig.

Beispiel 1:



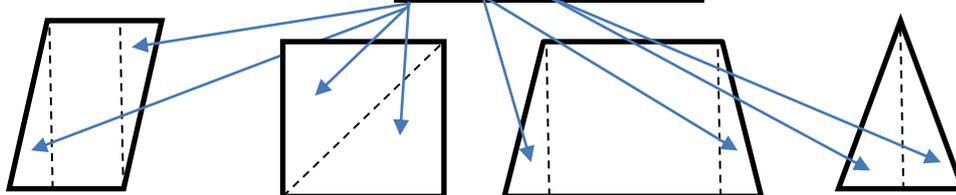
$$\begin{aligned} 4 &= \text{Kurze}, 3 = \text{Kurze} \\ x &= \text{Lange. Also:} \\ 4^2 + 3^2 &= x^2 \quad | \sqrt{} \\ \sqrt{4^2 + 3^2} &= x \\ 5 &= x \end{aligned}$$

Beispiel 2:



$$\begin{aligned} x &= \text{Kurze}, 3 = \text{Kurze} \\ 5 &= \text{Lange. Also:} \\ x^2 + 3^2 &= 5^2 \quad | -3^2 \\ x^2 &= 5^2 - 3^2 \quad | \sqrt{} \\ \sqrt{5^2 - 3^2} &= x \\ 4 &= x \end{aligned}$$

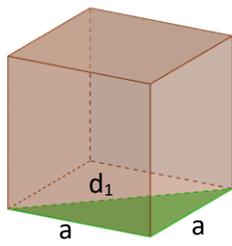
In manchen anderen Figuren kann man den Pythagoras dennoch berechnen, indem man einfach durch Hilfslinien ein rechtwinkliges Dreieck einzeichnet. Hier dazu einige Beispiele.



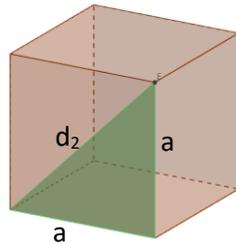
Pythagoras in 3D-Objekten

Auch in 3D-Objekten kann man den Satz des Pythagoras anwenden, solange ein rechtwinkliges Dreieck vorkommt. Die folgenden Grafiken zeigen, wie man den PLS anwenden kann. Achtung: Bei der Pyramide unterscheidet man zwischen 3 verschiedenen

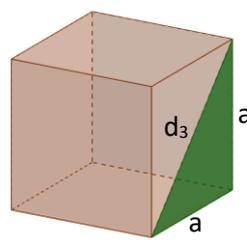
Höhen, nämlich h (Gesamthöhe des Körpers), h_a (Höhe des vorderen und hinteren Dreiecks) und h_b (Höhe der seitlichen Dreiecke. Die beiden Höhen h_a und h_b sind größer als die Höhe h).



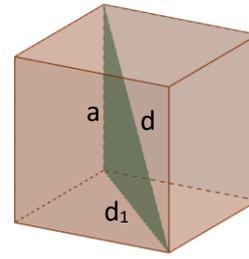
$$d_1^2 = a^2 + a^2$$



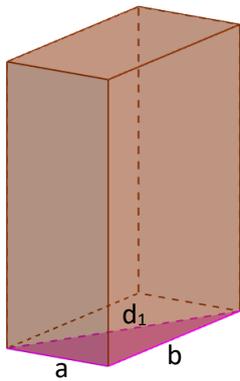
$$d_2^2 = a^2 + a^2$$



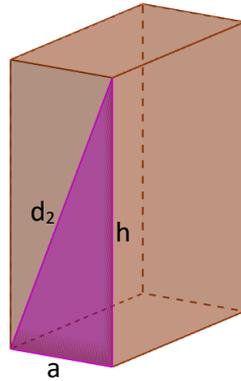
$$d_3^2 = a^2 + a^2$$



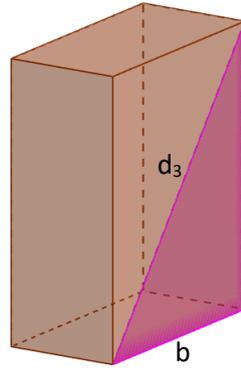
$$d^2 = d_1^2 + a^2 = a^2 + a^2 + a^2$$



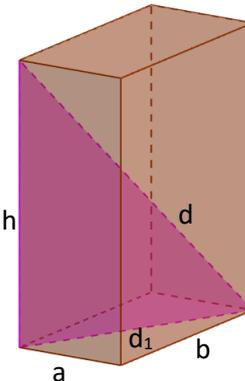
$$d_1^2 = a^2 + b^2$$



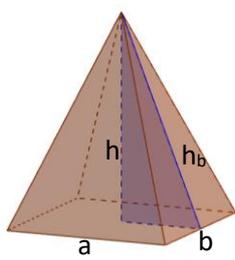
$$d_2^2 = a^2 + h^2$$



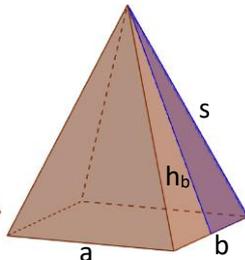
$$d_3^2 = b^2 + h^2$$



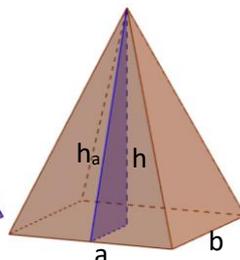
$$d^2 = d_1^2 + h^2 = a^2 + b^2 + h^2$$



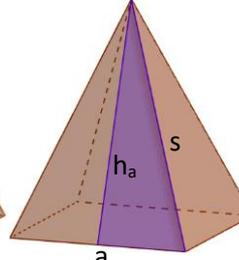
$$h_b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$



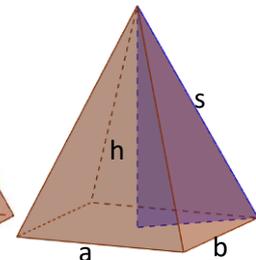
$$s^2 = h_b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$



$$h_a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$$



$$s^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



$$s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$